

# Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I

## Contenidos

### I. Habilidades básicas y actitudes

1. Habilidades para realizar proyectos y pequeñas investigaciones matemáticas. Manejo de distintos recursos y fuentes documentales: calculadoras, ordenadores, bancos de datos, obras de referencia y consulta, etc.
2. Actitudes características de la actividad matemática: sensibilidad por el orden, la precisión y la simplicidad, curiosidad e interés por investigar, autonomía intelectual para enfrentarse a situaciones desconocidas, flexibilidad para cambiar el punto de vista, sentido crítico ante argumentaciones propias y ajenas, confianza en las propias capacidades, cooperación al trabajar en grupo y reconocimiento de la contribución de las matemáticas a otras ramas del saber y a la cultura universal.
3. Estrategias generales de la resolución de problemas y del pensamiento científico: abstracción, simbolización, simplificación del problema, analogía con otro problema, análisis de casos particulares, comprobación y reflexión sobre el proceso seguido.

### II. Aritmética y álgebra

4. Aproximación decimal de un número real. Estimación, redondeo y errores. Uso de aproximaciones de los números racionales e irracionales controlando el margen de error según la situación estudiada.
5. El número real. Necesidad de su introducción. Números irracionales de especial interés:  $\pi$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\Phi$ . Representación en la recta real. Subconjuntos de  $\mathbb{R}$ , intervalos.
6. Resolución de problemas, en situaciones contextualizadas, del ámbito de las ciencias sociales mediante la utilización de ecuaciones y de sistemas de ecuaciones lineales por medio de métodos algebraicos y gráficos. Utilización del método de Gauss.
7. Interpretación y resolución gráfica de inecuaciones lineales con una o dos incógnitas.
8. Resolución de problemas de matemática financiera, con parámetros económicos y sociales, en los que intervengan el interés simple y compuesto, tasas, amortizaciones, capitalizaciones y números índice.

### III. Análisis

1. Descripción e interpretación de fenómenos sociales y económicos mediante funciones dadas en forma algebraica, por medio de tablas o de gráficas.
2. Concepto intuitivo e interpretación gráfica del límite de una función en un punto. Tratamiento intuitivo y gráfico de ramas infinitas, asíntotas y continuidad. Su interpretación en fenómenos sociales y económicos.
3. Identificación gráfica y analítica de las funciones polinómicas y racionales sencillas. Funciones definidas a trozos.
4. Tasa de variación media y tasa de variación instantánea. Derivadas de funciones polinómicas y racionales sencillas.
5. Resolución de problemas del ámbito de las ciencias sociales utilizando como herramienta las funciones y sus características globales y locales.

### IV. Probabilidad y estadística

1. Distribuciones bidimensionales. Representación gráfica. Estudio del grado de relación entre variables a partir de la nube de puntos. Correlación y regresión lineal. Predicciones estadísticas y estudio de su fiabilidad.

2. Asignación de probabilidades a sucesos. Introducción a las distribuciones de probabilidad a partir de las distribuciones de frecuencias para variables discretas y continuas. Significado de la media y la desviación típica.
3. Distribución binomial y su uso para asignar probabilidades a sucesos.

### **Criterios de evaluación**

- 1. Utilizar los números reales, sus notaciones, operaciones y procedimientos asociados, para presentar e intercambiar información, estimar y resolver problemas y situaciones extraídos de la realidad social y de la vida cotidiana, valorando los resultados obtenidos de acuerdo con la situación.**

Con este criterio se pretende evaluar la capacidad del alumnado para reconocer y utilizar distintos tipos de números y operar con ellos, eligiendo la notación más conveniente en cada caso, controlando y ajustando el margen de error exigible según el contexto del problema y su resolución.

- 2. Transcribir problemas del ámbito de las ciencias sociales a un lenguaje algebraico, utilizar las técnicas matemáticas apropiadas en cada caso para resolverlos y dar una interpretación, ajustada al contexto, de las soluciones obtenidas.**

Se busca, mediante la aplicación del criterio, valorar la capacidad del alumnado para resolver una situación de manera algebraica o haciendo uso de procedimientos de resolución de ecuaciones y sistemas, e interpretando los resultados obtenidos. En relación con este criterio es tan importante la transcripción del lenguaje habitual al lenguaje algebraico y su resolución como la interpretación de la solución, ajustada al contexto.

- 3. Utilizar los porcentajes y las fórmulas de interés simple y compuesto para resolver problemas financieros e interpretar determinados parámetros económicos y sociales.**

Este criterio pretende comprobar la capacidad del alumnado para aplicar los conocimientos básicos de matemática financiera a supuestos prácticos, utilizando calculadoras y medios tecnológicos a su alcance para obtener y evaluar los resultados.

- 4. Relacionar las gráficas de las funciones elementales frecuentes en los fenómenos económicos y sociales, con situaciones que se ajusten a ellas y reconocer e interpretar relaciones funcionales expresadas en forma de tablas numéricas, gráficas o expresiones algebraicas.**

Se trata de evaluar, a través del criterio, la capacidad del alumnado para realizar estudios de comportamiento global de las funciones elementales (polinómicas, exponenciales, logarítmicas, valor absoluto, parte entera, racionales del tipo  $f(x) = k/x$ , y las que se obtienen a partir de ellas por transformaciones de tipo  $f(x+a)$  y  $f(x)+a$ ), sin necesidad de profundizar en el estudio de propiedades locales desde un punto de vista analítico. La interpretación a la que se refiere el enunciado exige apreciar la importancia de la selección de ejes, unidades, dominio y escalas.

- 5. Utilizar las tablas y gráficas para el estudio de situaciones empíricas relacionadas con fenómenos sociales y analizar funciones que no se ajusten a ninguna fórmula conocida y que propicien la utilización de métodos numéricos para la obtención de valores no conocidos.**

Este criterio pone de manifiesto la capacidad del alumnado para manejar datos numéricos y relaciones no expresadas de forma algebraica, ajustarlos a una función conocida y obtener información suplementaria mediante técnicas numéricas haciendo uso de asistentes matemáticos en caso necesario.

- 6. Elaborar e interpretar informes sobre situaciones reales, susceptibles de ser presentadas en forma gráfica o algebraica sencilla.**

El criterio se propone evaluar la capacidad del alumnado para extraer conclusiones acerca del comportamiento global y local de una función extraída del ámbito social y económico, dada por su gráfica o por una expresión algebraica sencilla, teniendo en cuenta intervalos de crecimiento y decrecimiento, continuidad, máximos y mínimos, tendencias y tasas de variación, con el fin de interpretar el fenómeno del que se deriva la situación estudiada.

- 7. Interpretar el grado de correlación existente entre las variables de una distribución estadística bidimensional y obtener el coeficiente de correlación y la recta de regresión para hacer estimaciones estadísticas en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos económicos o sociales.**

La explicación del criterio pretende comprobar si el alumnado es capaz de distinguir el carácter funcional o aleatorio de una distribución bidimensional y apreciar el grado de relación existente entre dos variables mediante la información gráfica aportada por una nube de puntos y la interpretación del coeficiente de correlación, las pendientes y las ordenadas en el origen de las rectas de regresión, así como realizar estimaciones a partir de la recta de regresión, con el fin de interpretar y extraer conclusiones apropiadas al contexto del conjunto de datos de la distribución.

- 8. Asignar probabilidades a sucesos correspondientes a fenómenos aleatorios simples y compuestos y utilizar técnicas estadísticas elementales para tomar decisiones ante situaciones que se ajusten a una distribución de probabilidad binomial.**

El criterio se propone evaluar si el alumnado es capaz de determinar, haciendo uso de tablas, calculadoras u ordenadores, la probabilidad de un suceso, utilizando diferentes técnicas, analizar una situación y decidir la opción más conveniente y utilizar la distribución binomial para asignar probabilidades a sucesos.

## Ejercicios tipo:

### Aritmética y álgebra:

1.- a) Haz un diagrama de todos los conjuntos de números, dando al menos un elemento de cada uno de ellos.

b) Escribe una operación imposible de realizar con los números enteros, y otra imposible con los números racionales.

2.-Explica (no sólo un Sí o un No) las siguientes frases:

- Todo número entero es natural.
- Todo número real es irracional.
- Algunos números enteros son racionales.
- Entre dos números enteros hay siempre otro número entero.
- Los números racionales llenan la recta.
- Entre dos números racionales hay siempre infinitos números racionales.
- Hay números que no pueden ser expresados como fracción.
- Todo número irracional es real.

3.- Escribe una operación imposible de realizar con los números enteros, otra imposible con los números racionales y otra imposible con los números reales.

4.- Sabiendo que 1 pulgada = 0,0254 metros:

- Expresa un milímetro en pulgadas aproximando a la milésima.
- Calcula el error absoluto y relativo cometido.
- Representa mediante intervalos la solución.

5. Expresa un milímetro en decímetros, centímetros, micras y nanómetros, utilizando notación científica. (Nota:  $10^{-1}$  m = decímetro;  $10^{-2}$  m = centímetro;  $10^{-3}$  m = milímetro;  $10^{-6}$  m = micrómetro;  $10^{-9}$  m = nanómetro)

6. A partir de los datos siguientes, calcula el error relativo que se cometía con cada definición de metro.

Fecha	Error absoluto	Error relativo
1795	0.5–0.1 mm	
1799	0.05–0.01 mm	
1889	0.2–0.1 $\mu$ m	
1960	0.01–0.005 $\mu$ m	
1983	0.1 nm	

7. Demuestra utilizando potencias que:  $(0,125)^{\frac{1}{3}} = 2^{-1}$

8. Expresa con 3 cifras significativas:

- 346,54
- 1,732
- 34 569

Da una cota del error absoluto y del error relativo cometido en cada caso.

9. Escribe en forma de intervalos y utilizando desigualdades los números que verifican las siguientes condiciones:

- $x > 2$  y  $7 > x$
- Menores que 5 en valor absoluto.
- Menores o iguales a 18 o mayores que 80.

10. En un hotel, los niños menores de 2 años no pagan, los que tienen menos de 7 años pagan 5€ compartiendo habitación con un adulto, los que no hayan cumplido los 18 años pagan la mitad de la tarifa normal, y los demás 20€ por persona y día. Expresa en una tabla, utilizando intervalos, la información anterior.

11.- Averigua qué valores de  $x$  cumplen las siguientes relaciones, representando el resultado en la recta real.

a)  $|3 - x| < 5$                       b)  $|x + 3| \geq 7$

12.- Un avión ofrece plazas en clase turista al precio de 60 € y en primera clase al precio de 100 € . En primera se deja llevar 50 kgs. de peso y en turista 20 kgs. Si el avión tiene 90 plazas y admite un equipaje de hasta 3.000 kg.

- A) ¿Cuál podría ser la oferta de plazas de la compañía para cada clase? Representa la región con todas las soluciones posibles.  
 B) Intenta averiguar qué solución daría más beneficios.

13.- Un comerciante acude al mercado popular a comprar naranjas con 500 €. Le ofrecen dos tipos de naranjas: las de tipo A a 50 céntimos el kg. y las de tipo B a 80 céntimos el kg. Sabiendo que sólo dispone de su camioneta con espacio para transportar 700 kg. de naranjas como máximo y que piensa vender el kg. de naranjas tipo A a 58 céntimos y el kg. de tipo B a 90 céntimos, contestar justificando las respuestas:

- a) ¿Podrá comprar 700 kg de las caras?  
 b) ¿Podrá comprar los 500€ solo de las baratas?  
 c) ¿Cuántos kg. de naranjas de cada tipo podría comprar? Representa todas las soluciones posibles.  
 d) Teniendo en cuenta lo que gana con cada una, ¿tú qué harías?

14.- Resolver:

$$\frac{3}{x} = 1 + \frac{x-13}{6}$$

$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x^2-4}$$

$$3\sqrt{x-1} + 11 = 2x$$

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

15.- Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 € por 24 l de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 l de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 l de aceite cuesta el triple que 1 l de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 l de aceite más 4 l de leche.

**Logaritmos:**

1. Calcular el valor de  $x$ :

a)  $x = \log_2 32$

b)  $x = \log_5 \frac{1}{5}$

c)  $x = \log_{1/2} \sqrt[3]{2}$

d)  $x = \log_3 \frac{3}{\sqrt[4]{27}}$

e)  $\log_x 9 = 4$

f)  $\log_3 x = \frac{-1}{2}$

2.- Resolver mediante logaritmos la ecuación:  $7^x = 14$

**Aritmética mercantil:**

1.- El sueldo de los trabajadores de una empresa ha subido durante 5 años un 2,3%. El IPC durante ese mismo periodo de tiempo ha subido un 4% el primer año, 3,5% el segundo, 2,4% el tercero, 0,3%

el cuarto y un 3% el quinto año. Calcular el índice de variación en cada caso e indicar que diferencia ha habido entre los aumentos de sueldo y el aumento del IPC.

2.- El contrato de trabajo de un empleado fija un sueldo inicial de 800 € al mes y una subida anual del 6%. ¿Cuántos años deben pasar para cobrar 1610 € al mes?

3.- Calcular en cuanto se transforman 4000 euros en 3 años al 9% anual si los periodos de capitalización son: a) Trimestrales; b) Mensuales

4.- Queremos invertir en un depósito bancario 6.000 €. Un banco A nos ofrece un interés anual del 9%, con pago mensual de intereses. Otro banco B nos ofrece un interés del 12% anual, con pago trimestral de intereses, pero cobra una comisión de 30 € al abrir el depósito. Calcular la TAE en cada caso y decidir qué banco nos conviene.

### **Estadística**

1.- Cinco niños de 2, 3, 5, 7 y 8 años de edad pesan, respectivamente, 14, 20, 32, 42 y 44 kilos.

a) Dibujar la **nube de puntos** y el **centro de gravedad**.

b) Hallar la ecuación de la **recta de regresión** del peso sobre la edad. Representarla aproximadamente.

c) ¿Cuál sería el peso aproximado de un niño de seis años?

d) ¿Es buena esta estimación?

2- En una empresa de transportes trabajan cuatro conductores. Los años de antigüedad de permisos de conducir y el número de infracciones cometidas en el último año por cada uno de ellos son los siguientes:

Años (X)	3	4	5	6
Infracciones (Y)	4	3	2	1

Calcular el **coeficiente de correlación lineal** e interpretarlo.

### **Probabilidad**

**1)** En una facultad el 55% de los estudiantes son de Gran Canaria, el 35% de otras islas y el resto de fuera del archipiélago, y en estos grupos hay un 65%, 60% y 40% de mujeres, respectivamente.

a) ¿Qué proporción de mujeres hay en facultad?

b) Una mujer va a hacer una consulta en secretaria, ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Gran Canaria?

c) Se va a sortear una cesta de navidad, ¿Cuál es la probabilidad de que el afortunado sea hombre y de fuera del archipiélago?

### **2) Distribución de probabilidad discreta**

Un jugador lanza un dado corriente. Si sale un número impar gana dicho número de euros, pero si sale par entonces pierde esa cantidad en euros. Representar en una tabla la distribución de probabilidad correspondiente a la variable aleatoria  $X_i =$  "ganancias en euros". Calcular la esperanza matemática y la desviación típica. Estudiar si el juego es equitativo.

### **3) Distribución de probabilidad binomial**

La probabilidad de que un componente electrónico de un aparato se comporte de modo adecuado es del 90%. Si el aparato usa en total 5 de esos componentes electrónicos, calcular la probabilidad de que:

1. Todos los componentes se comporten de modo adecuado y, por tanto, el aparato funcione bien.
2. El aparato no funcione porque falla uno de los cinco componentes.
3. El aparato no funcione porque fallan 1 o más componentes.

## Análisis

1. El precio de un billete de avión varía a lo largo de los días según la función:

$$P(x) = \begin{cases} 55 & \text{si } x < 100 \\ 0,8x - 0,002x^2 - 5 & \text{si } x \geq 100 \end{cases}, \text{ donde } x \text{ representa el número de días transcurridos.}$$

- ¿Qué tipo de función es? Dibuja su gráfica aproximada.
- ¿Es continua? Razona la respuesta.
- ¿Cuándo alcanzará el precio máximo?
- ¿Cuál será ese precio máximo?
- ¿En algún momento el precio será cero?

2. Dada la función  $y = \frac{x-1}{x}$ , se pide:

- ¿Qué tipo de función es? Calcula su dominio.
- Calcular los siguientes límites:

a.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$     b.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$     c.  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$     d.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$     e.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

- Dibujar su gráfica aproximada

3. Calcular : a.  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2} \right)$     b.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 2}{2x^2 - 3} \right)^x$

4. Si el precio de un producto viene dado por la función  $P(x) = -x^2 + 9x + 10$ ,

- Hallar su tasa de variación media en el intervalo  $[1,7]$
- Hallar la tasa de variación instantánea en  $x=7$
- En  $x=7$ , la función ¿es creciente?. Razona la respuesta

5. La virulencia de cierta bacteria se mide en una escala de 0 a 50 y viene expresada por la función  $V(t) = 40 + 15t - 9t^2 + t^3$ , donde  $t$  es el tiempo (en horas) transcurrido desde que comienzo en estudio ( $t=0$ ). Indicar los instantes de máxima y mínima virulencia en las 6 primeras horas y los intervalos en que esta crece y decrece.

6. ¿Cuál es la máxima superficie rectangular que se puede cercar con 400 metros de alambre?

7. Para ir de A a B hay que coger la carretera, donde se circula a 100 km/h, y un trozo campo a través, donde se circula a 40 km/h. ¿En qué kilómetro debemos salirnos para tardar el menor tiempo posible?

tiempo = espacio/velocidad

